PEMODELAN PERTUKARAN NILAI MATA UANG MAKSIMUM RINGGIT TERHADAP YEN

TUGAS AKHIR

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains pada Jurusan Matematika

Oleh

AGUNG PRIMADI
10654004465

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU

PEKANBARU

2013

PEMODELAN PERTUKARAN NILAI MATA UANG MAKSIMUM RINGGIT TERHADAP YEN

AGUNG PRIMADI
NIM : 10654004465

Tanggal Sidang : 23 Mei 2013
Periode Wisuda : November 2013

Jurusan Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No.155 Pekanbaru

ABSTRAK

Tugas Akhir ini membahas tentang dua distribusi yaitu Gamma dua parameter dan Weibull, dalam menentukan model distribusi yang sesuai untuk data pertukaran nilai mata uang maksimum Ringgit terhadap Yen. Estimasi parameter yang digunakan adalah metode pembangkit momen, metode grafik dan menggunakan uji kebaikan (*Goodness of Fit*) AIC (*Akaike's Information Criterion*). Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa, model distribusi Gamma lebih sesuai digunakan untuk data pertukaran nilai mata uang maksimum Ringgit terhadap Yen, karena nilai AIC nya lebih kecil dibandingkan dengan nilai AIC yang diperoleh dengan menggunakan distribusi Weibull.

Kata Kunci : Data pertukaran nilai mata uang maksimum Ringgit terhadap Yen, Distribusi Gamma, Distribusi Weibull, *Goodness of Fit*, Metode Pembangkit Momen.

EXCHANGE MODELING OF MAXIMUM VALUE RINGGIT TO YEN

AGUNG PRIMADI
NIM : 10654004465

Date of Final Exam : May 23, 2013
Graduation Cremony Period : November, 2013

Mathematics Departement
Faculty of Sciences and Technology
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No.155 Pekanbaru

ABSTRACT

This thesis discusses about two distributions that is the two parameter Gamma and Weibull, in determining model appropriate distribution for the exchange maximum data of Ringgit. Estimate parameter used that is moment generating method, graph method and by using the goodness of fit that is Akaike's Information Criterion test. Result obtained indicate that Gamma distribution model is more appropriate for the exchange maximum data of Ringgit, because obtained the AIC value smaller than Weibull distribution of AIC value.

Key Word : ***E****xchange maximum data of Ringgit to Yen, Gamma Distribution, Weibull Distribution, Goodness of Fit, Moment Generating Method.*

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum wr.wb.

Alhamdulillahirabil'alamin segala puji syukur ke hadirat Allah SWT karena atas rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini dengan judul **"Pemodelan Pertukaran Nilai Mata Uang Maksimum ringgit terhadap Yen"**. Penulisan tugas akhir ini dimaksudkan untuk memenuhi salah satu syarat dalam rangka menyelesaikan studi Starata 1 (S1) di UIN Suska Riau. Sholawat serta salam senantiasa kita hadiahkan buat junjungan alam Nabi Besar Muhammad SAW, semoga dengan senantiasa bersholawat kita mendapatkan syafa'atnya.

Rasa hormat dan terima kasih yang sebesar-besanya penulis ucapkan pada keluarga tercinta, ayah dan ibu yang telah memberikan kasih sayang yang tak ternilai harganya kepada penulis serta limpahan doa dan dukungan baik secara materi ataupun semangat untuk kelancaran penulis dalam melakukan perkuliahan.

Pada kesempatan ini pula, penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Prof. Dr. H. M. Nazir selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Ibu Dra. Hj. Yenita Morena, M.Si selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
3. Ibu Sri Basriati, M.Sc selaku Ketua Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi.
4. Bapak Rado Yendra, M.Sc selaku Pembimbing yang telah banyak membantu, mengarahkan, mendukung, dan membimbing penulis dengan penuh kesabarannya hingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini.
5. Ibu Ari Pani Desvina, M.Sc selaku Penguji I yang telah banyak membantu, memberikan kritikan dan saran serta dukungan dalam penulisan tugas akhir ini.
6. Ibu Rahmadeni, M.Si selaku Peguji II yang telah banyak membantu, memberikan kritikan dan saran serta dukungan dalam penulisan tugas akhir ini.

7. Semua dosen-dosen Jurusan Matematika yang telah memberikan dukungan serta saran dalam menyelesaikan tugas akhir ini.

Laporan tugas akhir ini telah disusun semaksimal mungkin oleh penulis. Meskipun demikian, tidak tertutup kemungkinan adanya kesalahan dan kekurangan dalam penulisan maupun dalam penyajian materi. Oleh karena itu, kritik dan saran dari berbagai pihak masih sangat diharapkan oleh penulis demi kesempurnaan laporan ini.

Pekanbaru,   Mei 2013

Agung Primadi

DAFTAR ISI

Halaman

LEMBAR PERSETUJUAN ii
LEMBAR PENGESAHAAN iii
LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL iv
LEMBAR PERNYATAAN v
LEMBAR PERSEMBAHAN vi
ABSTRAK vii
ABSTRACT viii
KATA PENGANTAR ix
DAFTAR ISI xi
DAFTAR GAMBAR xiii
DAFTAR TABEL xiv
DAFTAR LAMBANG xv
BAB I PENDAHULUAN
1.1 Latar Belakang Masalah I-1
1.2 Rumusan Masalah I-1
1.3 Batasan Masalah I-2
1.4 Tujuan Penilitian I-2
1.5 Manfaat Penelitian I-2
1.6 Sistematika Penulisan I-2
BAB II LANDASAN TEORI
2.1 Distribusi Peluang II-1
2.2.1 Distribusi Peluang Diskrit II-1
2.2.2 Distribusi Peluang Kontinu II-1
2.2 Rataan Distribusi Peluang II-2
2.3 Variansi Distribusi Peluang II-3
2.4 Distribusi Gamma II-4
2.5 Distribusi Weibull II-7
2.6 Estimasi Parameter II-11

2.6.1 Momen dan Fungsi Pembangkit Momen II-12
2.6.2 Regresi Linier Sederhana II-13
2.6.3 Metode Grafik II-14
BAB III METODOLOGI
3.1 Jenis dan Sumber Data III-1
3.2 Metode Analisis Data III-1
BAB IV PEMBAHASAN
4.1 Estimasi Parameter Distribusi Gamma IV-1
4.2 Estimasi Parameter Distribusi Weibull IV-1
4.3 Menentukan Nilai Parameter IV-2
4.3.1 Distribusi Gamma IV-6
4.3.2 Distribusi Weibull IV-6
4.4 Uji Kebaikan (*Goodness of Fit*) IV-6
4.4.1 Distribusi Gamma IV-6
4.4.2 Distribusi Weibull IV-6
BAB V PENUTUP
5.1 Kesimpulan V-1
5.2 Saran.. V-1
DAFTAR PUSTAKA
LAMPIRAN
DAFTAR RIWAYAT HIDUP

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pertukaran nilai mata uang merupakan suatu hal yang sangat penting dalam mempengaruhi pertumbuhan ekonomi suatu negara. Pertukaran nilai mata uang suatu negara terhadap negara lain dapat digunakan untuk memperkirakan baik atau buruknya hubungan ekonomi (*export*) dimasa yang akan datang, untuk itu sangat diperlukan suatu penelitian yang akurat untuk mendapatkan model pertukaran nilai mata uang yang tepat. Pemodelan pertukaran nilai mata uang dengan menggunakan data pertukaran nilai mata uang maksimum merupakan suatu bagian terpenting yang akan dilakukan dalam penelitian ini.

Untuk itu diperlukan suatu nilai titik ambang batas dalam menentukan nilai pertukaran mata uang maksimum tersebut. Nilai-nilai mata uang yang berada diatas titik ambang tersebut akan terdiri dari beberapa kumpulan data yang dipisah oleh sekumpulan data-data yang berada dibawah titik ambang batas. Nilai mata uang maksimum yang di maksudkan adalah nilai mata uang yang terbesar berada didalam kumpulan nilai-nilai mata uang diatas ambang batas. Banyak manfaat yang dapat diperoleh dari perkiraan nilai mata uang maksimum tersebut diantaranya adalah dapat memperkirakan jumlah *export* yang harus dilakukan terhadap suatu Negara sehingga dapat memberikan keuntungan semaksimal mungkin.

Berdasarkan latar belakang, maka penulis tertarik mengajukan judul ”**Pemodelan Pertukaran Nilai Mata Uang Maksimum Ringgit Terhadap Yen**”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang, maka dapat diberikan suatu rumusan masalah yaitu bagaimana menentukan model yang terbaik terhadap pertukaran nilai mata uang maksimum Ringgit terhadap Yen.

1.3 Batasan Masalah

Terdapat berbagai model yang dapat digunakan untuk penelitian ini, oleh sebab itu penulis ingin memberikan batasan masalah dalam pemodelan tersebut dengan menerapkan Distribusi Gamma dan Weibull untuk penelitian ini.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan yang ingin dicapai adalah untuk mengetahui model pertukaran model mata uang maksimum Ringgit terhadap Yen. yang terbaik diantara distribusi Gamma dan Weibull.

1.5 Manfaat Penelitian

Menerapkan model berstatistik terutama aplikasi distribusi Weibull dan Gamma terhadap data pertukaran nilai mata uang maksimum Ringgit terhadap Yen.

1.6 Sistematika Penulisan

Adapun sistematika penulisan tugas akhir ini terdiri dari beberapa bab, yang memberikan gambaran secara menyeluruh, yaitu:

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini berisikan tentang deskripsi umum isi tugas akhir yang meliputi latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan dan manfaat penelitian dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini berisikan mengenai penjelasan dasar dari teori-teori yang nantinya akan mendukung dalam penyelesaian tugas akhir ini.

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Data yang dikumpulkan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari tahun 2003 sampai dengan tahun 2009, data yang dikumpulkan kemudian diatur, disusun dan disajikan dalam tabel, sehingga diolah menggunakan distribusi Gamma dan Distribusi Weibull.

BAB IV PEMBAHASAN

Bab ini berisikan pemaparan langkah-langkah untuk menentukan nilai dari pertukaran nilai mata uang maksimum Ringgit terhadap Yen.

BAB V PENUTUP

Dalam bab ini akan dijelaskan mengenai kesimpulan dan saran.

BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Distribusi Peluang

Dalam statistik dikenal dua macam distribusi peluang yaitu distribusi peluang dengan variabel acak diskrit dan distribusi peluang dengan variabel acak kontinu. Pada dasarnya distribusi peluang yang menggunakan variabel acak diskrit adalah distribusi yang objeknya dapat dihitung dengan jelas, sedangkan untuk distribusi peluang yang menggunakan vairabel acak kontinu objeknya tidak jelas atau tak hingga.

2.1.1 Distribusi Peluang Diskrit

Peubah acak yang nilainya berupa bilangan cacah, dapat dihitung dan tidak terhingga disebut peubah acak diskrit. Distribusi peluang yang berhubungan dengan peubah acak diskrit disebut distribusi peluang diskrit.

Definisi 2.1 (Walpole & Myers, 1989) Himpunan pasangan teruru t $x, f(x)$ merupakan suatu fungsi kepadatan peluang, distribusi peluang dengan peubah acak diskrit X bila untuk setiap kemungkinan hasil :

1. $f(x) \geq 0$
2. $\sum_x f\ x = 1$ (2.1)
3. $P\ X = x = f\ x$

2.1.2 Distribusi Peluang Kontinu

Fungsi $f\ x$ adalah fungsi kepadatan peluang dengan peubah acak kontinu X, yang didefenisikan pada himpunan semua bilangan rill R, bila $f\ x$ yang di integralkan yang memenuhi kondisi:

1. $f\ x \geq 0$
2. $\int_{-\infty}^{\infty} f\ x\ dx = 1$

2.2 Rata-Rata Distribusi Peluang

Dalam statistik, rata-rata atau rataan (*mean*) memiliki dua arti:

a. Rata-rata dalam pengertian sehari-hari, lebih tepatnya disebut rataan aritmetik, untuk membedakan dengan rataan geometrik atau rataan harmonik. Rata–rata juga disebut dengan rataan sampel.

b. Nilai ekspektasi dari sebuah peubah acak, yang juga disebut dengan rataan populasi.

Nilai rata-rata dari suatu peubah acak merupakan salah satu ukuran pemusatan data populasi yang terpenting. Nilai rata-rata distribusi peluang X dan ditulis sebagai $\mu_x$atau μ. Rataan ini disebut juga oleh para statistikawan dengan nilai harapan matematik atau nilai harapan peubah acak X dan dinyatakan dengan $E(X)$ (Walpole & Myers, 1989).

Definisi 2.2 (Dennis dkk, 2002) Diberikan X adalah variabel acak dengan fungsi kepadatan peluang (X) . Nilai harapan atau rataan X adalah :

$$\mu = E(X) = \sum_x xf(x) \quad \text{, bila } X \text{ diskrit} \tag{2.2}$$

$$\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) \, dx \quad \text{, bila } X \text{ kontinu} \tag{2.3}$$

Metode yang diuraikan di atas menunjukkan bahwa rataan atau nilai harapan setiap peubah acak diskrit dapat dihitung dengan mengalikan tiap nilai yang diuraikan $x_1, x_2, \ldots, x_n$ dari peubah acak$X$ dengan peluang padanan nya $f(x_1), f(x_2), \ldots, f(x_n)$ dan kemudian dijumlahkan hasilnya. Bila peubah acak kontinu, definisi nilai harapan matematik pada dasarnya masih tetap sama, yaitu dengan mengganti penjumlahan dengan integral (Walpole & Myers, 1989).

2.3 Variansi Distribusi Peluang

Rataan atau nilai harapan suatu peubah acak X memiliki peran khusus dalam statistika karena menggambarkan keterangan cukup mengenai bentuk distribusi peluang. Ukuran keragaman terpenting suatu peubah acak X diperoleh dengan mengambil $g(X) = (X - \mu)^2$, karena pentingnya dalam statistika maka diberi nama variansi peubah acak X atau variansi distribusi peluang X dan dinyatakan dengan $Var(X)$ atau $\sigma_x{}^2$ atau σ^2. Selanjutnya $Var(X)$akan digunakan untuk menyatakan variansi dari distribusi peluang X (Dudewicz &Misra, 1988).

Definisi 2.3 (Dudewicz&Misra, 1988) Diberikan X adalah peubah acak dengan distribusi peluang $f(x)$ dan rataan μ. Variansi Xadalah :

$Var(X) = E[(X - \mu)^2] = \sum_x (X - \mu)^2 f(x)$, bila X diskrit (2.4)

$Var(X) = E[(X - \mu)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (X - \mu)^2 f(x)\, dx$, bila X kontinu (2.5)

Teorema 2.1 (Dudewicz&Misra, 1988) Variansi dari peubah acak X adalah :

$$Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 \quad (2.6)$$

Bukti :

$$\begin{aligned} Var(X) &= E[(X - \mu)]^2 \\ &= E[(X^2 - 2\mu X + \mu^2)] \\ &= E(X^2) - E(2\mu X) + E(\mu^2) \\ &= E(X^2) - 2\mu E(X) + E(\mu^2) \end{aligned}$$

karena μ = $E(X)$ maka diperoleh:

$$\begin{aligned} Var(X) &= E(X^2) - 2E(X)E(X) + [E(X)]^2 \\ &= E(X^2) - 2(E(X))^2 + [E(X)]^2 \\ &= E(X^2) - [E(X)]^2 \end{aligned}$$

Definisi 2.4 (Walpole & Myers, 1989) Fungsi distribusi kumulatif variabel X dinotasikan sebagai F_x dan didefinisikan sebagai $F_x(x) = p(X \le x)$ untuk seluruh x yang riil. Jika X adalah kontinu, maka :

$$F_x(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\, dt \quad (2.7)$$

Definisi 2.5 (Walpole & Myers, 1989) Himpunan pasangan terurut $x, f(x)$ merupakan suatu fungsi kepadatan peluang, fungsi massa peluang atau distribusi peluang peubah acak diskrit X bila untuk setiap kemungkinan hasil :

4. $f(x) \geq 0$
5. $\sum_x f \;\; x \;\; = 1$ (2.8)
6. $P \;\; X = x \;\; = f \;\; x$

Definisi 2.6 (Walpole & Myers, 1989) Fungsi $f(x)$ adalah fungsi kepadatan peluang peubah acak kontinu X, yang didefinisikan pada himpunan semua bilangan real R, bila :

1. $f(x) \geq 0$, untuk semua $x \in R$
2. $\;_{-\infty}^{\infty} f \;\; x \;\; dx = 1$ (2.9)
3. $P \;\; a < X < b \;\; = \;_{a}^{b} f \;\; x \;\; dx$

2.4 Distribusi Gamma

Definisi 2.7 (Walpole & Myers, 1989)**)** Variabel acak Y dikatakan memiliki distribusi gamma dengan parameter $\sim > 0$ *dan* $\quad > 0$ jika dan hanya jika fungsi densitas dari Y adalah :

$$f(y) = \begin{cases} \dfrac{y^{\sim -1} e^{-\frac{y}{\ }}}{^{\sim}\Gamma(\sim)}, & 0 \leq y < \infty \\ 0, & untuk \;\; yang \;\; lainya \end{cases}$$

dimana :

$$\Gamma(\sim) = \int_0^{\infty} y^{\sim -1} e^{-y} \;\; dy$$

Kuantitas $\Gamma(\sim)$ dikenal dengan fungsi gamma. Integral secara langsung akan menghasilkan bahwa $\Gamma(1) = 1$. Dan secara terus-menerus integral akan menghasilkan bahwa $\Gamma(\sim) = (\sim -1)\Gamma(\sim -1)$ *untuk* $\sim > 1$, dan juga $\Gamma(n) = (n-1)!$ yang dihasilkan jika n adalah bilangan bulat. Hal di atas dapat ditunjukkan seperti berikut :

$$\Gamma(\sim) = \int_0^\infty y^{\sim -1} e^{-y}\ dy$$

$$= \left[- y^{\sim -1} e^{-y}\right]_0^\infty + \int_0^\infty (\sim -1) y^{\sim -2} e^{-y}\ dy$$

$$= (\sim -1)\int_0^\infty y^{\sim -2} e^{-y}\ dy = (\sim -1)\Gamma(\sim -1)$$

Selanjutnya akan dibuktikan bahwa fungsi densitas peluang distribusi gamma akan ditunjukkan memenuhi sifat distribusi peluang kontinu, seperti berikut :

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(y)\ dx = \int_0^\infty \frac{y^{\sim -1} e^{-y/\bar{}}}{\Gamma(\sim)^{-\sim}}\ dy$$

$$misal\ \ x = \frac{y}{-}$$

$$\int_0^\infty \frac{(^- x)^{\sim -1} e^{-x}}{\Gamma(\sim)^{-\sim}} -\ dx = \frac{1}{\Gamma(\sim)}\int_0^\infty x^{\sim -1} e^{-x}\ dx = \frac{\Gamma(\sim)}{\Gamma(\sim)} = 1$$

Dalam kasus tertentu ketika $\sim$ adalah bilangan bulat, distribusi fungsi dari variabel acak yang didistribusikan secara gamma dapat digambarkan sebagai jumlah dari peluang poisson tertentu. Jika $\sim$ tidak bilangan bulat dan $0 < c < d < \infty,$ tidak memungkinkan untuk memberikan gambaran yang tepat untuk :

$$\int_c^d \frac{y^{\sim -1} e^{-y/}}{^{\sim}\Gamma(\sim)}\ dy$$

Teorema 2.2 Jika Y mempunyai distribusi gamma dengan parameter $\sim$ *dan* , maka :

$$« = E(Y) = \sim \quad dan\ \pm^{2} = V(Y) = \sim \quad ^{2}$$

Bukti: Seperti yang diketahui bahwa :

$$E(Y) = \int_{-\infty}^{\infty} y f(y)\ dy = \int_0^\infty y\left[\frac{y^{\sim -1} e^{-\frac{y}{}}}{^{\sim}\Gamma(\sim)}\right] dy$$

Dari sifat yang telah dibuktikan sebelumnya diketahui bahwa :

$$\int_0^\infty \frac{y^{\sim-1}e^{-y/}}{{}^{\sim}\Gamma(\sim)}\,dy = 1$$

Sehingga,

$$E(Y) = \int_0^\infty y\left[\frac{y^{\sim-1}e^{-\frac{y}{}}}{{}^{\sim}\Gamma(\sim)}\right]dy = \frac{1}{{}^{\sim}\Gamma(\sim)}\int_0^\infty y^{\sim}e^{-\frac{y}{}}\,dy$$

$$= \frac{1}{{}^{\sim}\Gamma(\sim)}\left[\ {}^{\sim+1}\Gamma(\sim+1)\right] = \frac{\sim\Gamma(\sim)}{\Gamma(\sim)} = \sim$$

Selanjutnya untuk menentukan variansi distribusi gamma, tentukan terlebih dahulu nilai harapan berikut:

$$E\left(Y^2\right) = \int_0^\infty y^2\left[\frac{y^{\sim-1}e^{-\frac{y}{}}}{{}^{\sim}\Gamma(\sim)}\right]dy = \frac{1}{{}^{\sim}\Gamma(\sim)}\int_0^\infty y^{\sim+1}e^{-\frac{y}{}}\,dy$$

$$= \frac{1}{{}^{\sim}\Gamma(\sim)}\left[\ {}^{\sim+2}\Gamma(\sim+2)\right] = \frac{{}^{2}\sim(\sim+1)\Gamma(\sim)}{\Gamma(\sim)} = \sim(\sim+1)\ \ {}^{2}$$

Sehingga variansi distribusi gamma dapat ditentukan sebagai :

$$V(Y) = E\left(Y^2\right) - \left[E(Y)\right]^2$$

$$= \sim(\sim+1)\ \ {}^{2} - (\sim\ \ )^2 = \sim\ \ {}^{2}$$

2.5 Distribusi Weibull

Distribusi Weibull sering digunakan untuk memodelkan "waktu sampai kegagalan (*time to failure*)" dari suatu sistem dalam Fisika. Misalnya pada sistem yang mana jumlah kegagalan meningkat dengan berjalannya waktu (seperti alat elektronik).

Distribusi ini telah diusulkan oleh Weibull pada tahun 1939 dan diaplikasi untuk berbagai situasi gagal didiskusikan kembali oleh Weibull pada tahun 1951. Distribusi Weibull juga telah banyak digunakan pada kajian reabilitas dan penyakit penyebab kematian sesorang. Distribusi dicirikan dengan dua parameter yaitu λ dan γ, dimana $\lambda > 0$ dan $\gamma > 0$ (Rinne, 2009).

Distribusi Weibull termasuk distribusi acak kontinu yang juga mempunyai fungsi kepadatan peluang sebagai berikut:

$$f(x) = \lambda\gamma(\lambda x)^{\gamma-1}e^{-(\lambda x)^{\gamma}} \qquad (2.10)$$

dengan nilai espektasi dan variansi secara berurutan adalah $\frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{\gamma}\right)}{\lambda}$ dan

$$\frac{1}{\lambda^2}\left[\Gamma\left(\frac{2}{\gamma}+1\right) - \Gamma\left(1+\frac{1}{\gamma}\right)^2\right]. \qquad (2.11)$$

sedangkan fungsi distribusi kumulatifnya adalah :

$$F(x,\lambda,\gamma) = 1 - e^{-(\lambda x)^{\gamma}} \quad (2.15)$$

Akan ditunjukkan $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1$ untuk distribusi Weibull dua parameter sebagai berikut:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = \int_{0}^{\infty} \lambda\gamma(\lambda x)^{\gamma-1}e^{-(\lambda x)^{\gamma}}\,dx$$

dimisalkan:

$u = (\lambda x)^{\gamma}$

$\frac{du}{dx} = \gamma(\lambda x)^{\gamma-1}\lambda$

$du = \lambda\gamma(\lambda x)^{\gamma-1}\,dx$

$dx = \frac{1}{\lambda\gamma(\lambda x)^{\gamma-1}}\,du$

Maka diperoleh:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = \int_{0}^{\infty} \lambda\gamma(\lambda x)^{\gamma-1}e^{-u}\frac{1}{\lambda\gamma(\lambda x)^{\gamma-1}}\,du$$

$$= \int_{0}^{\infty} e^{-u}\,du$$

$$= 1$$

Selanjutnya akan ditunjukkan fungsi distribusi kumulatif untuk distribusi Weibull pada persamaan (2.12) berdasarkan definisi (2.8) persamaan (2.10), sebagai berikut:

$$F(t) = \int_0^x \lambda\gamma(\lambda x)^{\gamma-1} e^{-(\lambda y)^{\gamma}}\, dt$$

misalkan,

$u = (\lambda x)^{\gamma}$

$\dfrac{du}{dx} = \gamma(\lambda x)^{\gamma-1}\lambda$

$du = \lambda\gamma(\lambda x)^{\gamma-1}\, dx$

$dx = \dfrac{1}{\lambda\gamma(\lambda x)^{\gamma-1}}\, du$

sehingga;

$$\begin{aligned}
F(x) &= \int_0^x \lambda\gamma(\lambda x)^{\gamma-1} e^{-(\lambda x)^{\gamma}}\, dx \\
&= \int_0^x e^{-u}\, dx \\
&= \left[-e^{-u}\right]_0^x \\
&= \left[-e^{-(\lambda x)^{\gamma}}\right]_0^x \\
&= -e^{-(\lambda x)^{\gamma}} - \left(-e^{-(\lambda 0)^{\gamma}}\right) \\
&= -e^{-(\lambda x)^{\gamma}} + 1 \\
F(x) &= 1 - e^{-(\lambda x)^{\gamma}}
\end{aligned}$$

Selanjutnya akan ditunjukkan rata-rata distribusi Weibull dua parameter . Rata-rata atau $E(X)$ dari distribusi Weibull adalah :

$$\begin{aligned}
E(X) &= \int_0^{\infty} x f(x)\, dx \\
&= \int_0^{\infty} x\, \lambda\gamma(\lambda x)^{\gamma-1}\, e^{-(\lambda x)^{\gamma}}\, dx \\
&= \int_0^{\infty} x\, \lambda\gamma\, (\lambda)^{\gamma-1}(x)^{\gamma-1} e^{-(\lambda x)^{\gamma}}\, dx
\end{aligned}$$

$$= \int_0^{\infty} (x)^{\gamma}\ \lambda^{\gamma}\gamma e^{-\lambda x^{\gamma}}\, dx$$

$$= \int_0^{\infty} (\lambda x)^{\gamma}\gamma e^{-(\lambda x)^{\gamma}}\, dx$$

misalkan:

$u = (\lambda x)^{\gamma} \quad maka \ \lambda x = (u)^{\frac{1}{\gamma}}$

$x = \dfrac{(u)^{\frac{1}{\gamma}}}{\lambda}$

$\dfrac{du}{dx} = \gamma(\lambda x)^{\gamma-1}\lambda$

$du = \lambda\gamma(\lambda x)^{\gamma-1}\, dx$

$dx = \dfrac{1}{\lambda\gamma(\lambda x)^{\gamma-1}}\, du$

sehingga,

$$E(X) = \int_0^{\infty} (\lambda x)^{\gamma}\gamma\, e^{-(\lambda x)^{\gamma}}\, dx$$

$$= \int_0^{\infty} u\,\gamma\, e^{-u}\frac{1}{\lambda\gamma(\lambda x)^{\gamma-1}}\, du$$

$$= \int_0^{\infty} u\, e^{-u}\frac{1}{\lambda(\lambda x)^{\gamma-1}}\, du$$

$$= \int_0^{\infty} u\, e^{-u}\frac{1}{\lambda(\lambda)^{\gamma-1}(x)^{\gamma-1}}\, du$$

$$= \int_0^{\infty} u\, e^{-u}\frac{1}{(\lambda)^{\gamma}(x)^{\gamma-1}}\, du$$

$$= \int_0^{\infty} u\, e^{-u}\frac{1}{(\lambda)^{\gamma}\left(\frac{(u)^{\frac{1}{\gamma}}}{\lambda}\right)^{\gamma-1}}\, du$$

$$= \int_0^{\infty} u\, e^{-u}\frac{1}{(\lambda)^{\gamma}}\frac{1}{\left(\frac{(u)^{\frac{1}{\gamma}}}{\lambda}\right)^{\gamma-1}}\, du$$

$$= \int_0^{\infty} u\, e^{-u}\frac{1}{(\lambda)^{\gamma}}\frac{(\lambda)^{\gamma-1}}{(u)^{1-\frac{1}{\gamma}}}\, du$$

$$= \int_0^\infty u\, e^{-u} \lambda \frac{1}{(u)^{1-\frac{1}{\gamma}}}\, du$$

$$= \frac{1}{\lambda} \int_0^\infty \frac{u}{(u)^{1-\frac{1}{\gamma}}} e^{-u}\, du$$

$$= \frac{1}{\lambda} \int_0^\infty (u)^{\frac{1}{\gamma}} e^{-u}\, du$$

$$= \frac{1}{\lambda} \int_0^\infty (u)^{\frac{1}{\gamma}} e^{-u} \frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{\gamma}\right)^{1+\frac{1}{\gamma}}}{\Gamma\left(1+\frac{1}{\gamma}\right)^{1+\frac{1}{\gamma}}}$$

$$= \frac{1}{\lambda} \Gamma\left(1+\frac{1}{\gamma}\right)^{1+\frac{1}{\gamma}} \int_0^\infty \frac{(u)^{\frac{1}{\gamma}} e^{-u}}{\Gamma\left(1+\frac{1}{\gamma}\right)^{1+\frac{1}{\gamma}}}$$

$$= \frac{1}{\lambda} \Gamma\left(1+\frac{1}{\gamma}\right)$$

Berikut ini akan ditunjukkan variansi distribusi Weibull ,yaitu sebagai berikut:

$$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$$

Terlebih dahulu ditentukan:

$$E(X^2) = \int_0^\infty x^2 f(x)\, dx$$

$$= \int_0^\infty x^2 \lambda\gamma(\lambda x)^{\gamma-1} e^{-(\lambda x)^\gamma}\, dx$$

$$= \int_0^\infty x^2 \lambda\gamma(\lambda)^{\gamma-1}(x)^{\gamma-1} e^{-(\lambda x)^\gamma}\, dx$$

$$= \int_0^\infty (x)^{\gamma+1}(\lambda)^\gamma \gamma\, e^{-(\lambda x)^\gamma}\, dx$$

Misal:

$$u = (\lambda x)^\gamma$$

$$\frac{du}{dx} = \gamma(\lambda x)^{\gamma-1}\lambda$$

$$du = \lambda\gamma(\lambda x)^{\gamma-1}\, dx$$

$$dx = \frac{1}{\lambda\gamma(\lambda x)^{\gamma-1}}\, du$$

Maka diperoleh:

$$E(X^2) = \int_0^{\infty} (x)^{\gamma+1}(\lambda)^{\gamma}\gamma e^{-u}\frac{1}{\lambda\gamma(\lambda x)^{\gamma-1}}\,du$$

$$= \int_0^{\infty} (x)^{\gamma+1}(\lambda)^{\gamma}\, e^{-u}\frac{1}{\lambda(\lambda x)^{\gamma-1}}\,du$$

$$= \int_0^{\infty} (x)^{\gamma+1}(\lambda)^{\gamma} e^{-u}\frac{1}{\lambda(\lambda)^{\gamma-1}(x)^{\gamma-1}}\,du$$

$$= \int_0^{\infty} (x)^{\gamma+1}(\lambda)^{\gamma} e^{-u}\frac{1}{(\lambda)^{\gamma}(x)^{\gamma-1}}\,du$$

$$= \int_0^{\infty} (x)^{\gamma+1} e^{-u}\frac{1}{(x)^{\gamma-1}}\,du$$

$$= \int_0^{\infty} \left(\frac{u^{\frac{1}{\gamma}}}{\lambda}\right)^{\gamma+1} e^{-u}\frac{1}{\left(\frac{u^{\frac{1}{\gamma}}}{\lambda}\right)^{\gamma-1}}\,du$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{(u)^{1+\frac{1}{\gamma}}}{(\lambda)^{\gamma+1}} e^{-u}\frac{1}{\frac{(u)^{1-\frac{1}{\gamma}}}{(\lambda)^{\gamma-1}}}\,du$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{(u)^{1+\frac{1}{\gamma}}}{(\lambda)^{\gamma+1}} e^{-u}\frac{(\lambda)^{\gamma-1}}{(u)^{1-\frac{1}{\gamma}}}\,du$$

$$= \int_0^{\infty} \lambda^{-2}(u)^{\frac{2}{\gamma}} e^{-u}\,du$$

$$= \lambda^{-2}\int_0^{\infty} (u)^{\frac{2}{\gamma}} e^{-u}\frac{\Gamma\left(\frac{2}{\gamma}+1\right)^{\frac{2}{\gamma}+1}}{\Gamma\left(\frac{2}{\gamma}+1\right)^{\frac{2}{\gamma}+1}}$$

$$= \lambda^{-2}\Gamma\left(\frac{2}{\gamma}+1\right)^{\frac{2}{\gamma}+1}\int_0^{\infty}\frac{(u)^{\frac{2}{\gamma}}e^{-u}}{\Gamma\left(\frac{2}{\gamma}+1\right)^{\frac{2}{\gamma}+1}}\,du$$

$$E(X^2) = \lambda^{-2}\Gamma\left(\frac{2}{\gamma}+1\right)$$

sehingga,

$$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$$
$$= \lambda^{-2}\Gamma\left(\frac{2}{\gamma}+1\right) - \left(\lambda\Gamma\left(1+\frac{1}{\gamma}\right)\right)^2$$
$$= \lambda^{-2}\left(\Gamma\left(\frac{2}{\gamma}+1\right) - \left(\Gamma\left(1+\frac{1}{\gamma}\right)\right)^2\right)$$
$$= \frac{1}{\lambda^2}\left(\Gamma\left(\frac{2}{\gamma}+1\right) - \left(\Gamma\left(1+\frac{1}{\gamma}\right)\right)^2\right)$$

2.6 Estimasi Parameter

Dalam menentukan model dari sebuah distribusi peluang yang sesuai untuk suatu data, terlebih dahulu kita harus menentukan nilai parameter dari distribusi tersebut(Krishnamoorthy, 2006).

2.6.1 Momen dan Fungsi Pembangkit Momen

Definisi 2.8 Jika X variabel acak dengan FKP $f(x)$, fungsi pembangkit momen dari X dengan notasi M_x(t) adalah :

$$M_x(t) = E(e^{tx})$$
$$M_x(t) = \sum_x e^{tx} f(x), \quad \text{jika } X \text{ diskrit}$$
$$M_x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} f(x)\, dx, \quad \text{jika } X \text{ kontinu}$$

Definisi 2.9 Asumsikan bahwa X adalah sebuah nilai diskrit terbatas yang merupakan variabel acak dengan nilai $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$, maka fungsi pembangkit momen nya adalah

$$M_x(t) = \sum_{i=1}^{n} e^{tx} f_x(x_i) \tag{2.12}$$

Jika persamaan (2.12) diturunkan terhadap t, maka :

$$M'_x(t) = \sum_{i=1}^{n} xe^{tx} \sum_x e^{tx} f_x(x_i) \tag{2.13}$$

Dan untuk r bernilai bilangan bulat positif,

$$M'_x(t) = \sum_{i=1}^{n} x^r e^{tx} f_x(x_i) \tag{2.14}$$

Persamaan (2.14) dapat digunakan untuk menaksir $M_x^r(t)$ pada $t = 0$, maka

$$M_x^r(t) = \sum_{i=1}^{n} x^r f_x(x_i) = E(X^r) \tag{2.15}$$

Sehingga dapat diketahui, untuk mencari rata-rata atau E(X) dari fungsi pembangkit momen adalah turunan pertama dari fungsi pembangkit momen saat $t = 0$, ditulis

$$E\ X\ = M_x'(0) \tag{2.16}$$

Teorema 2.3 Jika fungsi pembangkit momen (*moment generating functions*) atau biasa disingkat dengan (MGF) dari X diketahui, maka

$E\ X\ = M_x'(0)$ untuk r =1,2,3…..

dan

$$M_x\ t\ = 1 + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{E(X^r)t^r}{r!}$$

Bukti :

Dimisalkan:

$$u = \sum_{r=1}^{\infty} E\ X^r\ t^r$$

$$u' = \sum_{r=1}^{\infty} E\ X^r\ r\ x^{r-1}\ t^r$$

$$v = \sum_{r=1}^{\infty} r!$$

$$v' = 0$$

maka diperoleh,

$$E\ x\ = \frac{(\sum_{r=1}^{\infty} E\ X^r\ r\ x^{r-1}\ t^r\ \sum_{r=1}^{\infty} r!\ - 0}{\sum_{r=1}^{\infty} r!\ ^2}$$

$$= \frac{(\sum_{r=1}^{\infty} E\ X^r\ r\ x^{r-1}\ t^r}{\sum_{r=1}^{\infty} r!}$$

Teorema 2.4 Jika $y = aX + b$, maka $M_x\ t\ = e^{bt} M_x(at)$

Bukti :

$$M_y\ t\ = E\ e^{ty}$$

$$= e^{bt} E\ e^{atX}$$

$$= e^{bt} M_x\ at$$

Maka terbukti bahwa $y = aX + b$, maka $M_x\ t\ = e^{bt}M_x(at)$

Dalam menentukan rata-rata dan variasi suatu FKP dari fungsi pembangkit momen (MGF) adalah :

$\frac{d}{dt}M_x\ t\ |_{t=0} = k$ (konstan)

variasi (x) = $\frac{d^2}{dt^2}M_x\ t\ |_{t=0} - (M_x\ t\ |_{t=0})^2$

$M_x'\ 0\ = \mu = E\mu(X)$

$Var\ X\ = M_x''\ 0\ - [M_x'\ 0\ ]^2$

2.6.2 Regresi Linier Sederhana

Dalam Pengolahan data penelitian akan selalu ditentukan hubungan antara dua peubah atau lebih. Model Regresi linier yang paling sederhana adalah garis lurus. Dalam hal ini terdapat peubah bebas, namakan x dan satu peubah tak bebas yang bergantung pada x, namakan y. Pemberian nama pada peubah acak yang bebas dan tak bebas tersebut adalah nama yang paling sering digunakan dalam Regresi.

Regresi merupakan suatu alat ukur yang di gunakan untuk mengukur ada atau tidaknya korelasi antar variabel. Analisis regresi lebih akurat dalam melakukan analisis korelasi. Jadi, dengan analisis regresi peramalan atau perkiraan nilai variabel terikat pada nilai variabel bebas lebih akurat pula.

Regresi linear adalah regresi yang variabel bebasnya (variabel *x*) berpangkat paling tinggi satu. Untuk regresi linear sederhana, yaitu regresi linear yang hanya melibatkan dua variabel (variabel *x* dan *y*), persamaan garis regresinya dapat ditulis :

$$y = \alpha + \beta x + \varepsilon$$

Keterangan :

y = variabel tak bebas

x = variable bebas

α = intersep

β = koefisien regresi

ε = *error*

2.6.3 Metode Grafik

Metode ini adalah yang sangat sederhana dan merupakan yang paling sering digunakan oleh ahli statistik untuk mendapatkan nilai awal dalam mengestimasi parameter yang tepat dari suatu distribusi tertentu. Metode ini sangat membantu untuk mendapatkan nilai awal suatu parameter, jika nilai tersebut akan ditentukan secara numerik. Adapun tahapan yang dilakukan untuk menggunakan metode grafik ini adalah sebagai berikut :

1. Dapatkan fungsi densitas peluang.
2. Sampel dari distribusi komulatif diestimasikan dengan

$$\frac{i - 0.5}{n}, \qquad i = 1,2,\ldots..n$$

   Untuk sampel data yang telah diurutkan dari yang kecil ke yang besar,

3. Gambarkan grafik dari data yang berlawanan dengan fungsi distribusi kumulatif untuk sampel data yang sudah di estimasi.
4. Grafik yang telah tergambar seperti garis lurus dapat digunakan untuk mendapatkan nilai parameter awal dengan menggunakan metode kuadrat terkecil.

BAB III
METODOLOGI PENELITIAN

Penulisan skripsi ini menggunakan metode *research library* (penelitian kepustakaan) yang berguna untuk mengumpulkan data dan informasi yang dibutuhkan dalam penelitian yang berasal dari buku-buku bacaan yang ada hubungannya dengan penulisan yang akan diuraikan untuk menjadi dasar penelitian.

3.1 Jenis dan Sumber Data

a. Jenis Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data perubahan nilai mata uang Ringgit terhadap Yen dari tahun 2003 – 2009 dan dapat lihat pada Lampiran A.

b. Sumber Data

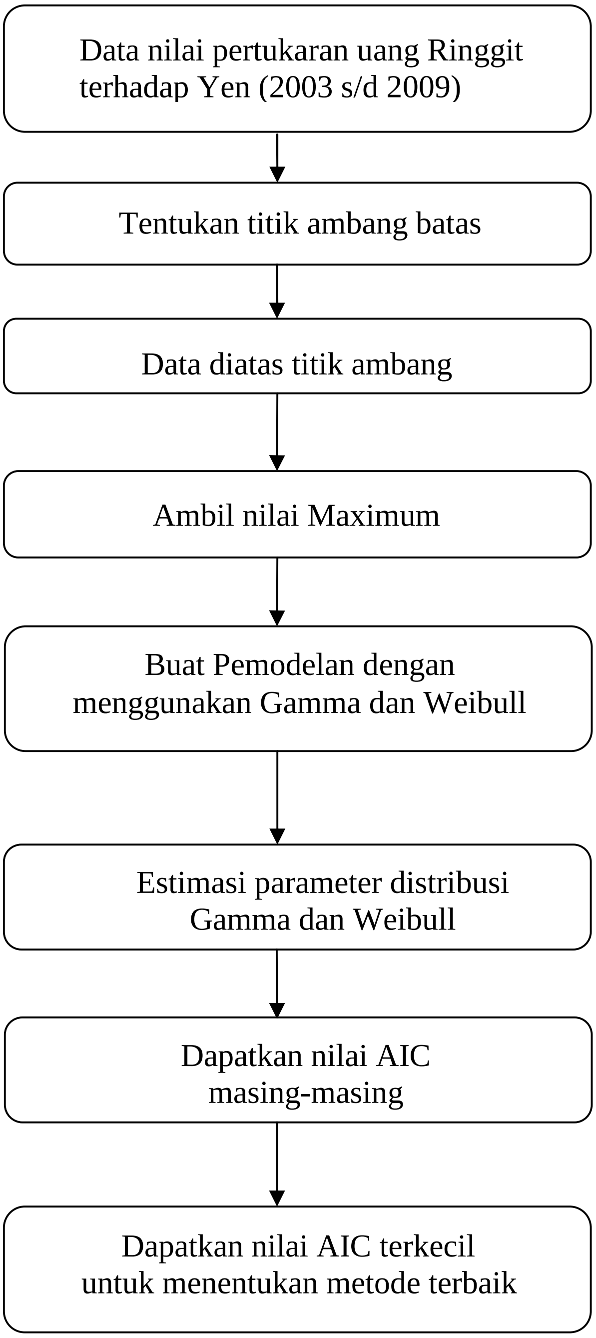
Data yang digunakan dalam penelitian ini tidak diambil secara langsung dari lapangan.

3.2 Metode Analisis Data

Berikut ini langkah-langkah yang penulis terapkan dalam penyusunan skripsi ini, yaitu :

1. Diberikan data pertukaran nilai mata uang ringgit terhadap Yen dari tahun 2003 hingga 2009.
2. Dapatkan titik ambang batas.
3. Dapatkan Kumpulan data yang berada diatas titik ambang batas
4. Dapatkan nilai maksimum untuk setiap kumpulan data yang berada diatas titik ambang batas.
5. Gunakan nilai maksimum tersebut untuk membuat pemodelan dengan menggunakan distribusi Gamma dan Weibull.
6. Dapatkan parameter-parameter distribusi gamma dan distribusi Weibull.

Langkah-langkah di atas juga dapat dilihat pada *flowchart* berikut ini :



Gambar 3.1 ***Flowchart*** **Metodologi Penelitian**

BAB IV

PEMBAHASAN DAN HASIL

Bab ini berisikan tentang estimasi parameter menggunakan metode Gamma dan Weibull, dalam menentukan nilai estimasi parameter, dari model distribusi untuk data nilai maksimum mata uang Ringgit dan Yen yang diperoleh dari tahun 2003sampai dengan tahun 2009.

4.1 Estimasi Parameter Distribusi Gamma

Dalam menentukan estimasi parameter dari distribusi Gamma dengan metode momen, maka terlebih dahulu perlu diketahui hubungan parameter terhadap data statistik (rata-rata dan variasi). Hubungan ini dapat dinyatakan sebagai berikut :

$E \;\, x \;\, = \alpha\beta,$

$V \;\, x \;\, = \alpha\beta^2$

Dari hubungan yang dinyatakan dengan dua persamaan diatas, Selanjutnya akan menghasilkan parameter-parameter distribusi Gamma seperti dibawah ini :

$$\alpha = \frac{E(x)}{\beta}$$

$$\beta = \frac{V(x)}{E(x)}$$

4.2 Estimasi Parameter Distribusi Weibull

Metode Grafik adalah salah satu metode yang sangat sederhana yang sering digunakan untuk menentukan parameter dari sebuah distribusi. Dalam penelitian ini metode tersebut akan digunakan untuk menentukan parameter dari distribusi Weibull.

Fungsi densitas peluang dari distribusi Weibull adalah :

$$f \;\, x \;\, = \lambda\gamma(\lambda x)^{\gamma-1}e^{-(\lambda x)^{\gamma}}$$

Dalam menggunakan metoda grafik perlu dihasilkan fungsi distribusi kumulatif seperti :

$$F\ x, \lambda, \gamma\ = 1 - e^{-\ \lambda x\ \gamma}$$

Selanjutnya dengan teknik aljabar sederhana, akan dihasilkan suatu bentuk fungsi linier seperti :

$$F\ x, \lambda, \gamma\ = 1 - e^{-\ \lambda x\ \gamma}$$

$$e^{-\ \lambda y\ \gamma} = 1 - F(y)$$

$$log\ \ e^{-\ \lambda y\ \gamma} = \log(1 - F\ \ y\ )$$

$$log\ x, \lambda, \gamma\ = log\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\gamma} log\ \ log\frac{1}{1 - F(y)}$$

Dengan menggunakan suatu nilai hampiran nilai rata-rata $F(y) = \frac{i-0.5}{n}$, dan beberapa bentuk permisalan seperti:

$$t = \log y,\ a = log\frac{1}{\lambda}, b = log\frac{1}{\gamma}, dan\ s = log\ \ log\frac{1}{1 - F(y)}$$

Akan diperoleh suatu bentuk persamaan regresi linier sederhana seperti t= $a + bs$. Dengan menerapkan metoda kuadrat terkecil akan diperoleh nilai a dan b seperti berikut :

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} s_i - \bar{s}\ \ t_i - \bar{t}}{\sum_{i=1}^{n} s_i - \bar{s}\ ^2}$$

$$a = \bar{t} - b\bar{s}$$

4.3 Menentukan Nilai Parameter

Setelah diperoleh persamaan parameter dari distribusi Gamma dan Weibull, akan ditentukan nilai parameter tersebut dari data pertukaran nilai mata uang maksimum Ringgit terhadap Yen sebagaimana yang terdapat pada Lampiran A.

4.3.1 Distribusi Gamma

Nilai parameter dari distribusi Gamma diperoleh dengan cara menggunakan metode pembangkit Momen untuk menghampiri nilai parameternya.

$$\alpha = \frac{E(x)}{\beta}$$

$$= \frac{2.975833}{0.002417822}$$

$$= 1230.791$$

selanjutnya jika dimisalkan;

$$V \;\, x \;\; = \alpha\beta^2$$

$$= (1230.791)(0.002417822)^2$$

$$= 2.975833$$

sehingga diperoleh:

$$\beta = \frac{0.007195035}{2.975833}$$

$$\beta = 0.002417822$$

Maka model yang diperoleh adalah :

$$f \;\, y \;\; = \frac{y^{1230.791-1} e^{\frac{y}{0.002417822}}}{0.002417822^{1230.791}\Gamma(1230.791)}$$

4.3.2 Distribusi Weibull

Nilai parameter dari distribusi Weibull disini diperoleh dengan metode Grafik untuk menghampiri nilai parameternya. Fungsi densitas peluang dari distribusi Weibull adalah :

$$f \;\, x \;\; = \lambda\gamma(\lambda x)^{\gamma-1} e^{-(\lambda x)^{\gamma}}$$

Untuk menggunakan metoda grafik perlu dihasilkan fungsi distribusi kumulatif seperti :

$$F \;\, x \;\; = 1 - e^{-\;\lambda x\;\gamma}$$

Selanjutnya dengan teknik aljabar sederhana, rubahlah bentuk fungsi diatas sehingga menjadi suatu bentuk fungsi linier seperti :

$$F(x) = 1 - e^{-(\lambda x)^{\gamma}}$$

$$e^{-(\lambda y)^{y}} = 1 - F(y)$$

$$\log\left(e^{-(\lambda y)^{y}}\right) = \log(1 - F(y))$$

$$\log(x, \lambda, \gamma) = \log\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\gamma}\log\left(\log\frac{1}{1 - F(y)}\right)$$

Dengan menggunakan hampiran nilai rata-rata $F(y) = \frac{i-0.5}{n}$, dan mengandaikan bahwa :

$$t = \log y,\ a = \log\frac{1}{\lambda}, b = \log\frac{1}{\gamma}, dan\ s = \log\left(\log\frac{1}{1 - F(y)}\right)$$

Akan diperoleh suatu bentuk persamaan regresi linier sederhana seperti t= $a + bs$. Dengan menerapkan metoda kuadrat terkecil akan diperoleh nilai a dan b seperti berikut :

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n}(s_i - \bar{s})(t_i - \bar{t})}{\sum_{i=1}^{n}(s_i - \bar{s})^2}$$

$$a = \bar{t} - b\bar{s}$$

Dari data di lampiran A, didapat :

$$\bar{s} = 0.134720651$$

$$\bar{t} = 1.090149622$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n}(s_i - 0.134720651)(t_i - 1.090149622)}{\sum_{i=1}^{n}(s_i - 0.134720651)^2}$$

$$b = \frac{7.524504032}{11.46756513}$$

$$b = 0.656155334$$

$$a = 1.090149622 - 0.656155334\ (0.134720651)$$

$$a = 1.001751948$$

Sehingga nilai parameter awalnya adalah:

$$a = \log\frac{1}{\lambda}$$

$$\frac{1}{\lambda} = \exp(a)$$

$$\lambda = \frac{1}{\exp(a)}$$

$$= \frac{1}{\exp(1.001751948)}$$

$$= 0.3672355$$

$$b = \frac{1}{\gamma}$$

$$\gamma = \frac{1}{b} = \frac{1}{0.656155334}$$

$$\gamma = 1.524029369$$

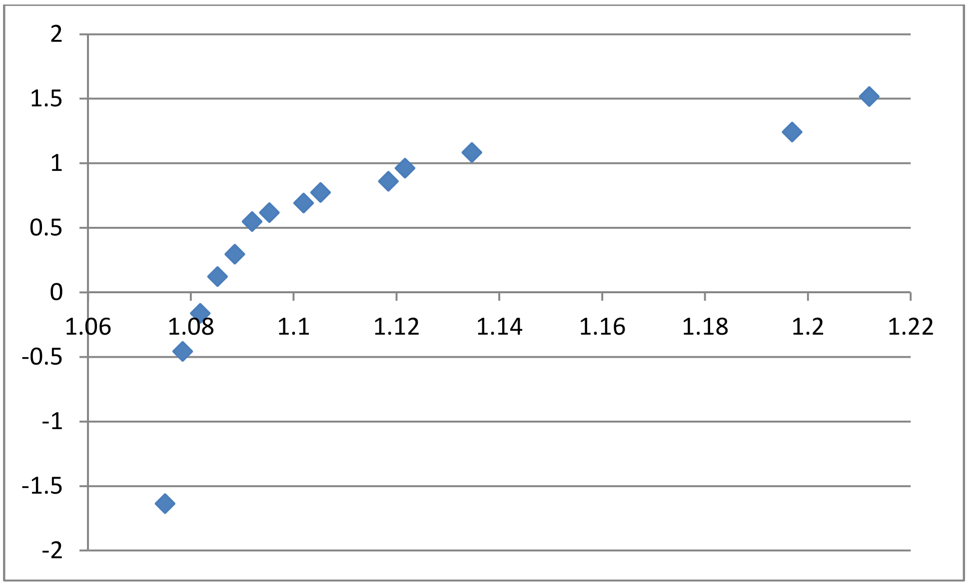
Sehingga model yang diperoleh

$$f\ \ x \ = \lambda\gamma(\lambda x)^{\gamma-1} e^{-(\lambda x)^{\gamma}}$$

$$= ((0.3672355)(1.524029369))0.3672355\ \ x^{\ 1.524029369-1} e^{-0.3672355(x)^{1.524029369}}$$

$$= (0.559677687)(0.3672355\ \ x\ )^{1.524029369-1} e^{-(0.3672355\ x\ )^{1.524029369}}$$

Berdasarkan hasil dari nilai parameter awal, model distribusi Weibull dapat dilihat pada gambar dibawah ini :



Gambar 4.1 Grafik Model Distribusi Weibull

4.4 Uji Kebaikan (*Goodness of Fit*)

Uji kebaikan dilakukan untuk memperoleh model distribusi yang sesuai untuk data pertukaran nilai mata uang maksimum Ringgit terhadap Yen dari tahun 2003 sampai dengan tahun 2009. Pada penelitian ini akan digunakan uji kebaikan, yaitu uji *Akaike's Information Criterion* (AIC), dengan terlebih dahulu menentukan log likelihood dari kedua distribusi sebagai berikut:

4.4.1 Distribusi Gamma

Parameter dari fungsi kepadatan peluang Gamma (α, β) dapat ditunjukkan sebagai berikut :

$$f\ x,\alpha,\beta\ = \frac{x^{\alpha-1}e^{-\frac{x}{\beta}}}{\beta^{\alpha}\Gamma\ \alpha},\ \ x \geq\ 0$$

maka fungsi *likelihood* :

$$L\ =\ f\ x_1\ f\ x_2\ \ldots\ f\ x_n$$

$$= \frac{x_1^{\alpha-1}\exp\ -\frac{x_1}{\beta}}{\beta^{\alpha}\Gamma\ \alpha} \cdot \frac{x_2^{\alpha-1}\exp\ -\frac{x_2}{\beta}}{\beta^{\alpha}\Gamma\ \alpha} \cdots \frac{x_n^{\alpha-1}\exp\ -\frac{x_n}{\beta}}{\beta^{\alpha}\Gamma\ \alpha}$$

$$= \frac{\prod_{i=1}^{n} x_i^{\alpha-1}\exp\ -\sum_{i=1}^{n}\frac{x_i}{\beta}}{\beta^{\alpha n}\ \Gamma(\alpha)\ ^{n}}$$

Setelah diperoleh fungsi *likelihood*, selanjutnya akan ditentukan maksimum *likelihood* dari persamaan di atas dengan menjadikan fungsi *likelihood* tersebut menjadi logaritma *likelihood*, yaitu :

$$l =\ \log L$$

$$=\ \log \prod_{i=1}^{n} x_i^{\alpha-1} +\ \log \exp\ \ -\sum_{i=1}^{n}\frac{x_i}{\beta}\ \ -\log \beta^{\alpha n} -\ \log\ \ \Gamma(\alpha)\ \ ^{n}$$

$$=\ \ \alpha - 1\ \ \sum_{i=1}^{n}\log x_i - \sum_{i=1}^{n}\frac{x_i}{\beta} - n\alpha \log \beta - n \log \Gamma(\alpha)$$

$$=\ \ \alpha - 1\ \ \sum_{i=1}^{n}\log x_i - \sum_{i=1}^{n}\frac{x_i}{\beta} - n\alpha \log \beta - \log n - \log \Gamma(\alpha)$$

4.4.2 Distribusi Weibull

Parameter dari fungsi kepadatan peluang Weibull (λ, γ) dapat ditunjukkan sebagai berikut :

$$f\ x,\lambda,\gamma\ =\ f\ x\ =\ \lambda\gamma(\lambda x)^{\gamma-1}e^{-(\lambda x)^{\gamma}}\ \ ;\ \lambda >\ 0\ ;\gamma >\ 0$$

maka fungsi *likelihood* :

$$L = f(x_1) f(x_2) \ldots f(x_n)$$

$$= \gamma\lambda^{\gamma} x_1^{\gamma-1} e^{-(\lambda x_1)^{\gamma}} \cdot \gamma\lambda^{\gamma} x_2^{\gamma-1} e^{-(\lambda x_2)^{\gamma}} \cdots \gamma\lambda^{\gamma} x_n^{\gamma-1} e^{-(\lambda x_n)^{\gamma}}$$

$$= \gamma^{n}\lambda^{n\gamma} \prod_{i=1}^{n} x_i^{\gamma-1} \exp \sum_{i=1}^{n} -(\lambda x_i)^{\gamma} \tag{4.5}$$

Setelah diperoleh fungsi *likelihood*, selanjutnya akan ditentukan maksimum *likelihood* dari persamaan di atas dengan menjadikan fungsi *likelihood* tersebut menjadi logaritma *likelihood*, yaitu :

$$l = \log L$$

$$= \log \gamma^{n}\lambda^{n\gamma} \prod_{i=1}^{n} x_i^{\gamma-1} \exp \sum_{i=1}^{n} -(\lambda x_i)^{\gamma}$$

$$l = \log(\gamma^{n}) + \log(\lambda^{n\gamma}) + \log\left(\prod_{i=1}^{n} x_i^{\gamma-1}\right) + \log \exp\left(\sum_{i=1}^{n} -(\lambda x_i)^{\gamma}\right)$$

$$= n \log \gamma + n\gamma \log \lambda + \sum_{i=1}^{n} (\gamma - 1) \log x_i - \lambda^{\gamma} x_i^{\gamma}$$

Setelah fungsi log likelihood diperoleh, maka nilai AIC dapat ditentukan dengan menggunakan rumus yaitu:

$$AIC = -2l + 2p$$

dengan,

p = jumlah parameter.

Sehingga nilai AIC dari kedua distribusi dapat dilihat pada Tabel 4.1 berikut ini.

Tabel 4.1 Nilai AIC dari Kedua Distribusi

DISTRIBUSI	**Nilai (AIC) Akaike's Information Criterion**
Gamma	-722314.7
Weibull	165.2128

BAB V
PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan sebelumnya dari tugas akhir ini, dapat diambil kesimpulan bahwa model distribusi Gamma lebih sesuai untuk data pertukaran nilai mata uang maksimum Ringgit terhadap Yen dari tahun 2003 sampai dengan tahun 2009 dibandingkan dengan distribusi Weibull. Hal ini ditunjukkan dari hasil metode grafik pada model dari distribusi Weibull yang sebagian data tidak mendekati garis lurus.Kemudian dari hasil uji AIC (*Akaike's Information Criterion*) juga diperoleh nilai distribusi Weibull lebih besar dibandingkan dengan hasil uji AIC pada nilai distribusi Gamma.

5.2 Saran

Tugas akhir ini membahas tentang menentukan model distribusi yang sesuai untuk data pertukaran nilai mata uang maximum Ringgit terhadap Yen dari tahun 2003 sampai dengan tahun 2009, dengan menggunakan dua distribusi yaitu distribusi Gamma dan Weibull. Bagi pembaca yang berminat melanjutkan tugas akhir ini, penulis sarankan untuk menggunakan distribusi statistik yang lain dengan karakteristik yang mendukung untuk data tersebut dalam menentukan model yang sesuai bagi pertukaran nilai mata uang lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

Alam, M.M dan Azad,A.K. 2010. "*Statistical Analysis of Wind Power Potential in Pakshey River Delta Region Bangladesh*." Jurnal Proceeding of the 13th Asian Congress of Fluid Mechanics.

Brain, L.J and M. Engelhardt. 1987. *Introduction to Probability end Mathematical Statistics. 2nded.* California : Duxbury Press.

E Walpole, Ronald dan Raymond H Mayers. 1989. *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan*. Bandung : ITB Bandung.

Herinaldi, M. Eng. 2005. *Prinsip–Prinsip Statistic untuk Teknik dan Sains*. Jakarta : Erlangga.

J Dudewicz, Edward dan Satya, N. Mishra. 1988. *Modern Mathematical Statistics*. John Wiley and Sons, Inc.

J.Supranto. 1990. *Statistik Teori dan Aplikasi Edisi Kelima*. Jakarta : Erlangga.

Martono, K. 1999. *Kalkulus*. Bandung : Erlangga.

Raharjo, Swasono dan Pramono Sidi. 2002. *"Kombinasi Poisson Gamma untuk Menaksir Kredibilitas pada Model Morris-Van Slyke."*.Jurnal Matematika, Sains dan Teknologi vol.3 No.2.

Wang, Wenyu, John dan T. Lee, Elisa. 2001. "Statistical *Methods for Survival Data Analysis edisi 3*. John Wiley and Sons, Inc.

Warpole, R.E. 1995. *Pengantar Statistik edisi 3*. Jakarta : PT. Gramedia.